

УДК 621.874.04

**Поликарпов Ю. В.**

## **О ЗАКОНЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗОПОДЪЕМНОГО КРАНА НА КОНИЧЕСКИХ КОЛЕСАХ**

Мостовые краны на конических колесах с общим приводом, которые имеют широкое распространение в мировой практике, практически не проектируются и не изготавливаются на территории бывшего СССР. Колеса таких кранов отличаются значительно лучшими показателями износостойкости по ребордам.

Высокая экономическая эффективность эксплуатации кранов с ходовой частью на конических колесах подтверждена многочисленными случаями успешной реконструкции неудовлетворительно работающих кранов с установкой их на конические колеса [1]. Однако ситуация не изменилась.

Одной из причин устойчивости этой ситуации является недостаточная изученность процесса движения реального крана на конических колесах по рельсовому пути и, как следствие, некоторая неопределенность результата.

Колеса практически любого реального крана в горизонтальной плоскости установлены друг по отношению к другу под некоторыми, сравнительно небольшими углами, предельное значение которых регламентируется стандартами.

До недавнего времени движение такого крана на цилиндрических колесах трактовалось как «неустойчивое» [2], без указания на какую-либо общую закономерность движения и причины «неустойчивости», или как «неустойчивое прямолинейное». Предпринимались также попытки найти решение этой кинематической задачи с позиций динамики и поиска условий «устойчивого прямолинейного движения крана».

В работах [3, 4] на основе кинематического анализа показано, что реальные краны на цилиндрических колесах при любом их числе и типе привода при отсутствии контакта реборд с рельсами движутся по круговым траекториям. Это движение при отсутствии специальных регулирующих механизмов в общем случае не может быть прямолинейным.

Оценка движения крана в терминах «устойчивое» – «неустойчивое» имеет место и в работах, посвященных исследованию движения кранов на конических колесах [1]. В работе [1] центрирующий эффект конических колес исследовался в кинематической постановке при воздействии на кран некоторого случайного бокового смещения. Сделан вывод о том, что колебания, вызванные случайным боковым смещением, являются затухающими.

Нерешенность вопроса об общем законе движения крана не позволяет с полным обоснованием определить основные параметры конических колес, в связи с чем существуют противоречивые рекомендации относительно угла их конусности [1], а также обосновано ответить на некоторые важные вопросы:

– чем объясняется характерное движение кранов на конических колесах, получившее название «походка краба»?

– имеет ли смысл применение колес с «обратной» конусностью?

Целью данной работы является установление кинематического закона движения реального крана на конических колесах по рельсовому пути.

В случае крана на цилиндрических колесах основная особенность, определяющая закон его движения, – взаимные перекосы колес. Если же кран установлен на конических колесах, то к этой особенности добавляется еще и воздействие конусности. В дальнейшем считаем, что взаимное влияние одной из этих особенностей на другую отсутствует, а результирующий эффект достигается за счет простого суммирования их эффектов. Кроме того, считаем, что рельсовый путь идеален. Задачу будем решать в кинематической постановке без учета масс и силовых факторов.

Рассмотрим движение четырехколесного крана с общим приводом, коническими приводными и цилиндрическими неприводными колесами. Расчетная схема задачи представлена на рис. 1. На ней положение колес крана в начальной точке изображено сплошными линиями, а в некоторой промежуточной – пунктирными линиями.

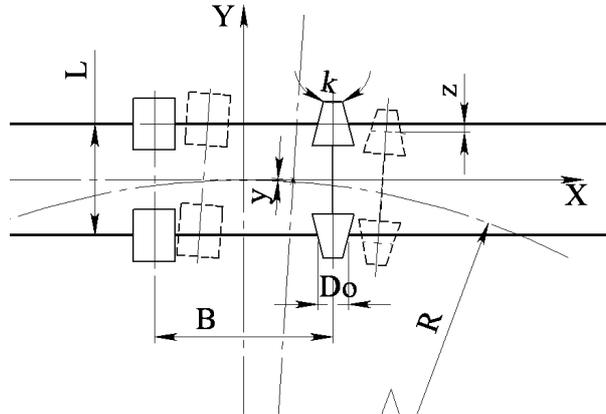


Рис. 1. Схема движения крана на конических колесах

Предположим, в начальной точке перекося крана отсутствует, а приводные колеса установлены симметрично относительно оси рельсового пути. Тогда окружные скорости на площадках их опирания на рельсы одинаковы (конусность не сказывается) и под воздействием перекосов колес кран начинает двигаться по окружности радиуса  $R$ . Движение крана по окружности приводит к его смещению относительно оси рельсового пути. В результате этого возникает разность окружных скоростей расположенных по разные стороны пролета крана колес на площадках их опирания на рельсы. Положительный эффект будет иметь место в том случае, если разность линейных скоростей колес, возникающая за счет конусности, будет компенсировать разность скоростей колес, возникающую вследствие движения крана по окружности. Так как при движении по окружности скорости более удаленных от ее центра колес больше, чем менее удаленных, то за счет конусности должна возрасти скорость менее удаленных колес при их смещении к центру окружности. Это будет иметь место при расположении вершин конусов с наружной стороны рельсового пути, как это и принято на схеме, рис. 1.

Предположим, кран движется вправо. Для нахождения неизвестного закона движения геометрического центра крана запишем уравнение изменения кривизны траектории его движения вдоль рельсового пути. При этом в отличие от работы [1], будем считать, что возмущающее изменение угла перекося крана является следствием не случайного воздействия, а его движения по окружности.

Как известно, кривизна окружности есть величина обратная ее радиусу. Обычно она считается положительной, но ей может быть приписан знак. При данных, соответствующих рис. 1 этот знак будет отрицателен:

$$K_o = -\frac{1}{R},$$

где  $K_o$  – составляющая кривизны траектории крана вследствие перекося колес;  $R$  – радиус кривизны траектории вследствие перекося колес.

Составляющая кривизны траектории крана в результате смещения конических колес определится из геометрических соотношений (рис. 1):

$$K_k = -\frac{2k}{D_0 L} z,$$

где  $K_k$  – составляющая кривизны траектории крана; обусловленная конусностью колес;  $k$  – конусность колес;  $D_0$  – номинальный диаметр конических колес;  $L$  – пролет крана;  $z$  – смещение конических колес относительно оси рельсового пути. Приняв во внимание, что ось конических колес расположена на расстоянии  $\pm \frac{B}{2}$  от геометрического центра крана, можем записать:

$$z = y \pm \frac{B}{2} y',$$

где  $y$  – ордината результирующей траектории движения крана,  $y'$  – угловой коэффициент касательной к этой траектории.

Тогда, на основе известной формулы для вычисления кривизны плоской линии можем записать:

$$y'' = \left(1 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{1}{R} - P(y \pm \frac{B}{2} y')\right), \quad (1)$$

где  $P = \frac{2k}{D_0 L}$ .

Общее решение этого дифференциального уравнения второго порядка в замкнутой форме получить не удалось. Численное его решение при движении приводными колесами вперед (знак перед слагаемым  $\frac{B}{2} y'$  положителен),  $R = 20000$  м,  $B = 5$  м,  $P = 2 \times 10^{-8}$  ( $k = 0,1$ ,  $D_0 = 500$  мм,  $L = 20$  м) для трех наборов граничных условий:

$$[y(0) = 0, y'(0) = -\frac{1}{R}], [y(0) = 2,5, y'(0) = 0], [y(0) = -2,5, y'(0) = 0], \quad (2)$$

в функции пути крана представлено на рис. 2. На нем вдоль оси X отложен путь крана в десятках метров ( $10^4$  мм), а вдоль оси Y – смещение его геометрического центра в мм.

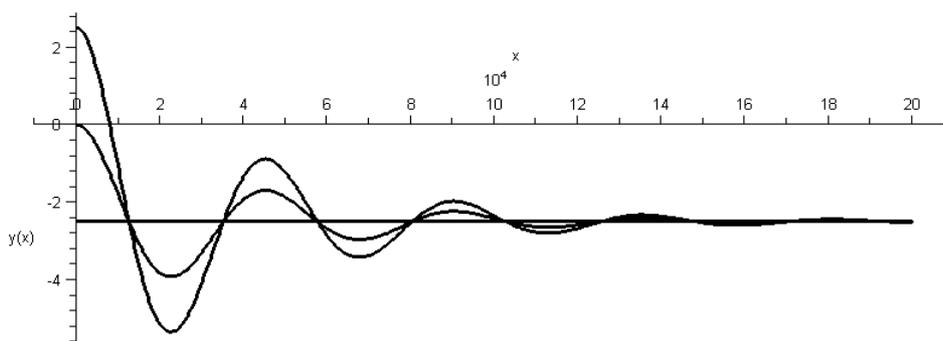


Рис. 2. Вид кривой изменения вертикального смещения геометрического центра крана на конических колесах в функции его пути при  $P = 2 \times 10^{-8} \text{ мм}^{-1}$

Из рис. 2 видно, что:

– возникающие в общем случае в начале движения поперечные колебания геометрического центра крана за четыре периода, т. е. примерно 180 м пути, затухают практически полностью;

– при всех наборах исходных данных, соответствующих различным значениям начального смещения крана, установившееся его значение соответствует  $-2,5$  мм;

– если кран изначально установлен со смещением – 2,5 мм, то колебания вообще отсутствуют;

– максимальная величина смещения соответствует начальной точке пути;

– один период колебаний крана во всех случаях соответствует примерно 45 м его пути.

На основании этих особенностей можно сделать вывод о том, что установившееся значение величины смещения соответствует нулевой кривизне траектории и может быть при известной величине радиуса кривизны траектории определено из условия:

$$-\frac{1}{R} - \frac{2k}{D_0 L} y = 0. \quad (3)$$

Длина волны колебаний может быть вычислена по формуле [1]:

$$l = 2p / \sqrt{P}.$$

При движении крана в обратном направлении, т. е. неприводными колесами вперед (знак перед слагаемым  $\frac{B}{2} y'$  отрицателен), имеет место обратное явление: амплитуда колебаний возрастает. Графики, иллюстрирующие это явление при том же наборе исходных данных и начальных условиях, что и на рис. 2, приведены на рис. 3.

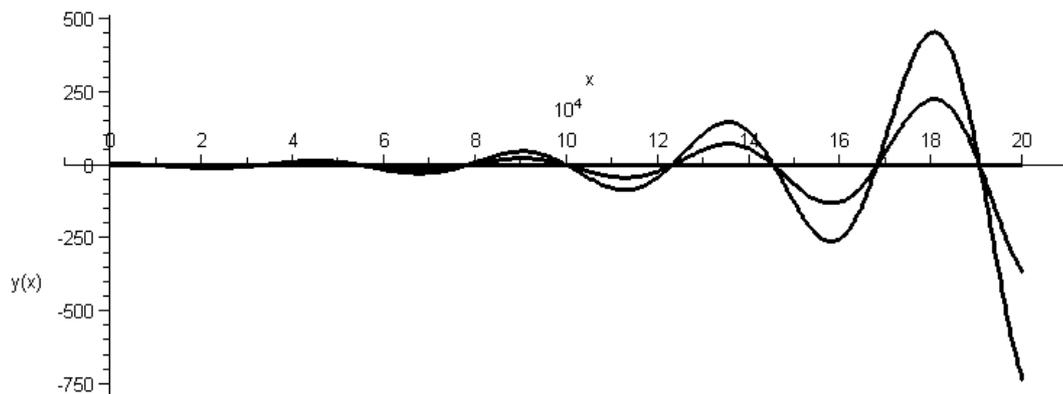


Рис. 3 Движение крана неприводными колесами вперед

Как видим, в этом случае конечные значения амплитуды колебаний довольно значительны. Однако, если монтировать кран в одной из конечных точек рабочей зоны так, чтобы при его перемещении во вторую конечную точку конические колеса были передними, и установить его со смещением, величину которого можно определить из выражения (2), или измерив параметры траектории, то максимальная амплитуда колебаний будет в идеале равна нулю. Практически же установить кран с точностью до долей миллиметра невозможно и колебания с небольшой амплитудой будут иметь место, но по мере перемещения крана во вторую конечную точку рабочей зоны колебания будут затухать.

Для определения наличия или отсутствия затухания колебаний при движении крана вперед – назад выполняли численные эксперименты. При этом конечные значения амплитуд, соответствующих рис. 2 принимались в качестве начальных значений при движении в обратном направлении. В результате двух движений кран оказывался в исходной точке при тех же значениях смещений, что и в начале эксперимента. Следовательно, с кинематической точки зрения, колебания не являются ни возрастающими, ни затухающими, и не изменяют со временем своих значений в тех же точках пути. По-видимому, это и есть «походка краба».

Из (3) следует, что использование колес с «обратной» конусностью не дает нужного эффекта, так как нулевое значение кривизны траектории крана может иметь место при

положительных его смещениях в рассматриваемой координатной системе, т. е. при удалении от центра кривизны, что противоречит исходным условиям. Численные эксперименты подтвердили этот вывод.

Можно предположить, что в первом сомножителе уравнения (1) слагаемое  $(y')^2$  в условиях малости амплитуд колебаний по сравнению с длиной волны пренебрежимо мало по сравнению с единицей. Это значительно упрощает уравнение, которое примет вид:

$$y'' = -\frac{1}{R} - P(y \pm \frac{B}{2} y'). \quad (4)$$

Его аналитическое решение запишется в виде:

$$y(x) = \frac{e^{((-\frac{1}{4}PB + \frac{1}{4}\sqrt{P^2B^2 - 16P})x)} (B\sqrt{P^2B^2 - 16P} + PB^2 - 16)}{2P(PB^2 - 16)R} + \frac{e^{((-\frac{1}{4}PB - \frac{1}{4}\sqrt{P^2B^2 - 16P})x)} (-B\sqrt{P^2B^2 - 16P} + PB^2 - 16)}{2P(PB^2 - 16)R} - \frac{1}{PR}. \quad (5)$$

Численное решение уравнений (1) и (4) при изменении  $x$  от 0 до 150 м и наборах граничных условий (2) показало, что результаты практически неразличимы. Это дает основания для дальнейшего использования при анализе выражения (5).

## ВЫВОДЫ

1. Предложена физическая и математическая модели, описывающие кинематику движения реального крана на конических колесах с общим приводом по идеальному рельсовому пути.

2. Численный анализ модели показал, что движение крана, как правило, сопровождается поперечными перемещениями, которые носят колебательный характер, при этом, если кран движется приводными колесами вперед, амплитуда колебаний по мере движения уменьшается, а при движении в обратном направлении – возрастает. Определены условия минимизации амплитуды колебаний.

3. Вершины конусов приводных конических колес должны находиться с внешней стороны рельсового пути. С позиций кинематики форма обода неприводных колес не оказывают влияния на закон движения крана.

4. Предложена упрощенная математическая модель, позволяющая получить аналитическое решение для закона движения крана. Результаты, полученные на основе обеих моделей практически неразличимы качественно и количественно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ковальский Б. С. Вопросы передвижения мостовых кранов / Б. С. Ковальский. – Луганск : ВНУ, 2000. – 63 с.
2. Лобов Н. А. Устойчивость движения мостовых кранов и способы ее повышения / Н. А. Лобов. – Вестник машиностроения. – 1979. – № 2 – С. 29–32.
3. Поликарпов Ю. В. Кинематика движения четырехколесной ходовой тележки грузоподъемного крана / Ю. В. Поликарпов // Подъемно-транспортная техника. – 2004. – № 3. – С. 47–55.
4. Поликарпов Ю. В. Кинематика движения многоколесных ходовых тележек грузоподъемных кранов / Ю. В. Поликарпов // Подъемно-транспортная техника. – 2005. – № 1. – С. 88–95.